

Optimización multicriterio de la velocidad de un vehículo de carretera

F. Jiménez, S. Tapia, W. Cabrera

Instituto Universitario de Investigación del Automóvil. Universidad Politécnica de Madrid
felipe.jimenez@upm.es

Resumen

Entre los objetivos de los sistemas inteligentes de transporte se encuentra la mejora de la seguridad, la reducción del consumo y el impacto medioambiental, aumentar la satisfacción de los usuarios, etc. Estos sistemas están basados en la captación, procesamiento y uso de la información, con lo que se podrían adoptar acciones con anticipación. Dentro de los ITS, un campo muy relevante lo constituyen los sistemas de control de la velocidad que suelen considerar, en general, únicamente los límites legales. Los sistemas más sofisticados, incluyen límites adicionales por condicionamientos de seguridad en puntos singulares como curvas, cruces, incorporaciones, etc. Un paso adicional es considerar otros criterios adicionales como el tiempo de viaje y la minimización del consumo. En esta línea, se ha desarrollado un algoritmo que permite el cálculo de la velocidad de circulación asumiendo esos criterios de optimización y respetando como límites máximos, los impuestos por las señales de tráfico y la seguridad. El sistema se orienta principalmente a vehículos de transporte de largo recorrido con rutas y horarios fijos. Para realizar el cálculo de la velocidad óptima, el sistema se basa en el conocimiento de la orografía y las limitaciones de velocidad de los tramos siguientes al que se está circulando y en el tren de potencia del vehículo analizado, con lo que se calcula cómo aprovechar al máximo la energía puesta en juego. Para ello, se emplean métodos de optimización de programación dinámica, lo que implica desarrollar:

- *Un mapa electrónico de la carretera con el perfil de pendientes y las limitaciones de velocidad.*
- *Un modelo de vehículo que permita simular el movimiento del mismo por una carretera, estimando su consumo en función de los estados de velocidad y marcha engranada en cada instante.*
- *Un mapa de consumos a partir de casos atómicos considerando las situaciones operativas en las que se puede encontrar el vehículo y debe contener todas las transiciones posibles entre estados.*
- *Definición de una función de coste multicriterio que incluya el consumo de combustible y el tiempo de viaje, ponderados por factores según la importancia que se le quiera dotar a cada uno.*

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Los sistemas de ayuda a la conducción más habituales procesan información del entorno para facilitar la tarea de conducción mediante el procesamiento de información de sensores, la elaboración de esta información mediante algún tipo de técnica probablemente muy sofisticada y la correspondiente indicación al conductor.

Sin embargo, en el trabajo que se presenta el objetivo es realizar una conducción eficiente desde el punto de vista energético, no se utiliza información de sensores sino información del recorrido (perfiles de velocidad permitida o segura y perfiles de pendientes) y el resultado es un perfil de velocidad óptimo.

Para la optimización del consumo energético en vehículos se han empleado diversas metodologías de control. Existen diferentes soluciones para sistemas ferroviarios donde se utiliza la teoría de control óptimo para determinar los perfiles de velocidad que minimizan el consumo de combustible y que completan el viaje dentro de un intervalo de tiempo especificado [1], [2]. El control óptimo también ha sido usado para la optimización del consumo en vehículos híbridos como se muestra en [3], [4], [5]. En [6] se compara el desempeño del control de

crucero PI de vehículos de transporte pesado con las estrategias del control predictivo para minimizar el consumo de combustible.

Las estrategias de optimización usando el control óptimo se basan en el cálculo variacional y conducen a desarrollos matemáticos muy complejos. Por tal razón, los modelos de consumo que emplean estos métodos deben ser simplificados, normalmente limitando la optimización al trabajo en rueda y, por tanto, dejando fuera al rendimiento del motor, su regulación, el sistema de transmisión y demás elementos del vehículo que condicionan de manera importante el problema. Por si fuese poco, cualquier desarrollo por estos métodos tendría serias dificultades para incorporar la caja de cambios dado que es una variable discreta.

Ahora bien, el control óptimo también se ocupa de problemas que no tienen una expresión analítica utilizando una representación puramente numérica del sistema a través de una discretización. Este es el enfoque que se va a abordar en el algoritmo desarrollado. La técnica de optimización que se va a utilizar se denomina “Dynamic Programming”. Para su aplicación se ha discretizado el problema mediante la extracción de un mapa de consumos y se ha implementado el algoritmo para producir el perfil de velocidad y marchas engranadas óptimo. La resolución del problema por esta vía permite introducir de manera natural, aspectos relevantes del problema como son el rendimiento del motor o la caja de cambios, a cambio se debe pasar a variables discretas toda la información de estado del sistema vehículo en conjunto.

PROGRAMACIÓN DINÁMICA

Existe una serie de problemas cuyas soluciones pueden ser expresadas recursivamente en términos matemáticos. En el diseño de algoritmos basados en la idea de “dividir para vencer”, un problema se divide en subproblemas independientes, los cuales se resuelven de manera recursiva para combinar finalmente las soluciones y así obtener la solución del problema original. El inconveniente se presenta cuando los subproblemas obtenidos no son independientes sino que existe solapamiento entre ellos; entonces es cuando una solución recursiva no resulta eficiente por la repetición de cálculos que conlleva. En estos casos es cuando la programación dinámica puede ofrecer una solución aceptable. La eficiencia de esta técnica consiste en resolver los subproblemas una sola vez, guardando las soluciones en una tabla para su futura utilización. Donde tiene mayor aplicación la programación dinámica (en adelante, DP) es en la resolución de problemas de optimización. En este tipo de problemas se pueden presentar distintas soluciones, cada una con un coste, y lo que se desea es encontrar la solución de coste óptimo. La programación dinámica está basada en discretizar el problema y en aplicar el “principio de la optimalidad” de R. Bellman [7].

Cuando la programación dinámica es aplicada a sistemas cuya dinámica se define mediante estados, la transición de un estado inicial del sistema hasta un estado final incurrirá en un coste. A esta transición se le denomina caso atómico.

El hallazgo de la solución a un problema de optimización mediante programación dinámica consta de las siguientes fases:

1. Se plantea la solución como una sucesión de decisiones y la verificación de que ésta cumple el principio de óptimo.
2. Se define la solución en forma recursiva.
3. Se construye una tabla en donde se almacenan soluciones a problemas parciales.
4. Se construye la solución óptima haciendo uso de la información contenida en la tabla anterior. En la búsqueda de la solución óptima, el criterio de decisión se basa en el resultado de una función de coste.

EJEMPLO GENERAL DE OPTIMIZACIÓN MEDIANTE DP

Se presenta un ejemplo de la utilización del concepto de la programación dinámica para hallar la transición óptima entre estados de un proceso [8]. Supóngase un proceso cuyo estado actual es b y se desea encontrar la transición óptima hasta el estado f . La parte izquierda de la Fig. (1) muestra las rutas que resultan de cualquier decisión admisible en b . La parte derecha de Fig. (1) muestra las rutas óptimas desde los estados c , d y e hasta el estado final f . La notación mediante asterisco (*) se refiere a coste, ruta o solución óptima.

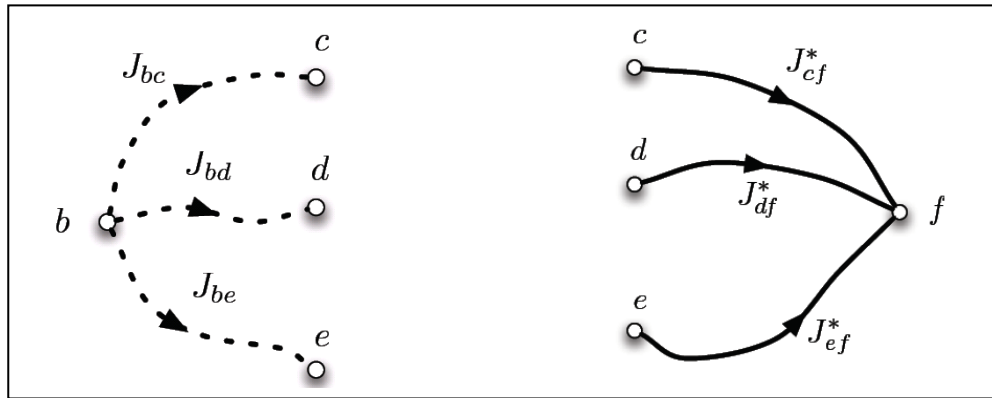


Fig. 1. Rutas o trayectorias de transiciones entre los estados de un proceso.

La Fig. (2) muestra las rutas candidatas a ser la transición óptima que una el estado b con el estado final f.

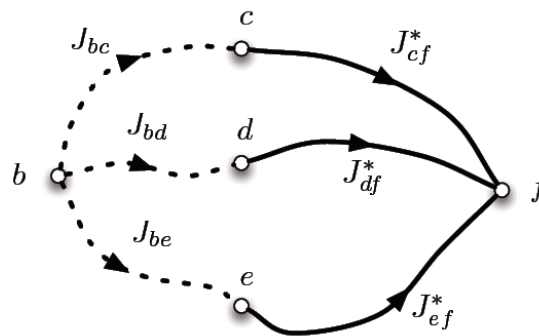


Fig. 2. Posibles transiciones candidatas a ser rutas óptimas.

La trayectoria óptima de b-f se encuentra comparando el coste de cada una de las 3 opciones que van de b a f que se muestran en la Fig. (2).

Coste de la opción 1: Coste de la ruta b-f pasando por c. Esta sentencia se puede representar mediante la Ec. (1).

$$J_{bcf} = J_{bc} + J_{cf}^* \quad (1)$$

Coste de la opción 2: La Ec. (2) representa el coste de la ruta b-f pasando por d.

$$J_{bdf} = J_{bd} + J_{df}^* \quad (2)$$

Coste de la opción 3: El coste de la ruta b-f pasando por e se muestra en la Ec. (3).

$$J_{bef} = J_{be} + J_{ef}^* \quad (3)$$

Ahora el coste óptimo se halla comparando Ec. (1), Ec. (2) y Ec. (3). Se elige el valor de mayor coste (si lo que se busca es un máximo) o el valor de menor coste (si se busca un mínimo). En este ejemplo se supondrá que el valor elegido como óptimo es el dado por la Ec. (2). La Ec. (2) representa entonces el coste de la transición o ruta óptima que une el estado b y el estado f, por lo tanto, dicho valor cambia su notación a J_{bf}^* . Con el hallazgo de la ruta óptima, las demás rutas que comunican b con f son excluidas del conjunto de posibles soluciones del trayecto b-f. La ruta óptima entre el estado b y el estado f se muestra en la Fig. (3).

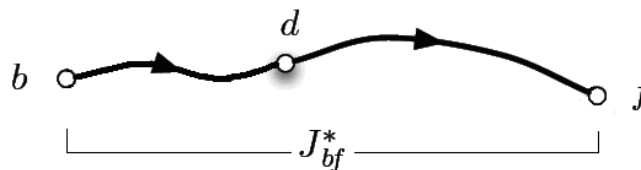


Fig. 3. Hallazgo de la ruta óptima entre los estados b y f del proceso.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La optimización de marcha se produce mediante una compensación o balance entre la rapidez con la que se realiza el recorrido y el consumo del motor. Es decir, si no existe tiempo de margen no es posible optimizar el problema. Dicho de otra manera, si es necesario recorrer la ruta a la velocidad máxima permitida en cada punto, esa es la solución única posible y no está sujeta a optimización.

Por tanto, la forma en que se va a producir el ahorro de consumo, este ahorro se va a producir por tres vías diferentes:

1. Se pueden mejorar los rendimientos de conversión energética del motor modificando el punto de funcionamiento del mismo.
2. Se puede mejorar la eficiencia del balance energético interno a través de la conversión entre energías cinética y potencial.
3. Se puede disminuir la energía necesaria en conjunto reduciendo el trabajo de las fuerzas de rozamiento.

En la aplicación de DP a los problemas de control óptimo se caracteriza el sistema mediante un conjunto de variables de estado y una serie de transiciones entre estados con un coste asociado. Habitualmente la variable independiente es el tiempo, pero para resolver este problema se ha optado por usar el espacio recorrido como variable independiente porque las restricciones de velocidad y pendientes se podrán encontrar con mayor facilidad. Por otro lado, se ha usado la velocidad y marcha como variables de estado del vehículo, el tiempo y el consumo como costes y la pendiente como un parámetro extra que influye en estos costes y en el funcionamiento del sistema.

En la programación dinámica el criterio de optimización se basa en el uso de una función de coste que califique las transiciones de estados del sistema que se desea optimizar. La función de coste funciona como el criterio de decisión para elegir entre un conjunto de alternativas aquella que constituye la mejor solución. Dado que se busca la optimización de la marcha de un vehículo, lo primero a tener en cuenta son las variables involucradas en la optimización. Se desea optimizar el consumo de un vehículo en un recorrido pero el vehículo tiene asociado un consumo de combustible y emplea un tiempo en desplazarse. Normalmente este tipo de problemas se plantean como un problema de control óptimo con una función de coste y una restricción. Así, se ha optado por hacer que la función de coste tenga como parámetros el consumo de combustible y el tiempo. La función de coste se muestra en la Ec. (4).

$$J = \alpha \cdot \text{Combustible} + \beta \cdot \text{Tiempo} \quad (4)$$

El combustible se encuentra dado en miligramos y el tiempo en milisegundos. Los factores de penalización α y β deben ser valores reales no negativos, excluyendo el caso de ambos nulos.

Así pues, el resultado de una optimización encuentra el mejor balance de consumo de combustible y tiempo empleado. En el caso de la optimización de la marcha de un vehículo, el objetivo es encontrar el perfil óptimo de velocidad que minimiza el consumo de combustible y tiempo utilizados para completar un recorrido. La programación dinámica encuentra dicho perfil formando secuencias de transiciones de velocidad. La comparación de dos secuencias se ha realizado utilizando la función de coste. Se puede ajustar la importancia del combustible y el tiempo modificando los factores α y β .

Finalmente, a la hora de aplicar DP al problema es necesario discretizar cada una de las variables del problema, en concreto, se tiene que discretizar el espacio a recorrer, la velocidad, las pendientes y se tienen que limitar a un número finito las transiciones entre los estados del vehículo. Así pues, la información de partida del algoritmo constará de:

1. Las restricciones de velocidad (discreta) frente a la distancia recorrida (discreta).
2. El perfil de pendientes (discreto) frente a la distancia recorrida (discreta).
3. El mapa de consumo del motor. Una tabla donde se hace corresponder un número finito de transiciones entre estados discretos formados por una velocidad y una marcha engranada y parametrizados por una pendiente con dos costes (tiempo y consumo de combustible) no necesariamente discretos.
4. Los coeficientes que sirven para relacionar el coste en tiempo y en consumo.

MODELO DE CONSUMO DE COMBUSTIBLE Y MAPA DE CONSUMOS.

La programación dinámica requiere un conjunto de datos que represente la dinámica del proceso que se desea optimizar. Para la optimización del consumo de combustible de un vehículo, se debe caracterizar la dinámica del sistema en relación con el gasto de combustible del vehículo. Para obtener este conjunto de datos representativos del sistema vehículo se ha tomado como referencia el modelo de consumo de combustible desarrollado por el Instituto Federal de Tecnología de Zurich (ETH). Dicho modelo se presenta como un toolbox de Simulink llamado QSS-TB y puede ser descargado para uso académico desde la página web del ETH [9]. El modelo QSS-TB halla el consumo de combustible a partir de un perfil de velocidad descrito en el tiempo. Los conceptos teóricos implementados en el QSS-TB fueron adaptados para realizar un programa en Matlab que permitiera incluir el efecto de la pendiente de la carretera sobre el consumo de combustible y que adicionalmente realizara la extracción de las transiciones de estados que pudieran ser usadas por el método de optimización mediante programación dinámica. El resultado de dicho programa es un conjunto de transiciones de velocidad que tiene asociado sus correspondientes datos de consumo de combustible y de tiempo. Este conjunto de datos de consumo forma una matriz a la que hemos denominado “mapa de consumos”. La Tabla (1) muestra la estructura del mapa de consumos.

Tabla 1. Mapa de consumos.

Número transición [-]	Velocidad inicial [km/h]	Marcha inicial [-]	Velocidad final [km/h]	Marcha final [-]	Distancia recorrida [m]	Duración transición [ms]	Combustible empleado [mg]	Pendiente del camino [%]
1	V_{i1}	G_{i1}	V_{f1}	G_{f1}	D_1	T_1	F_1	S_1
2	V_{i2}	G_{i2}	V_{f2}	G_{f2}	D_2	T_2	F_2	S_2
3	V_{i3}	G_{i3}	V_{f3}	G_{f3}	D_3	T_3	F_3	S_3
...
n-1	$V_{i(n-1)}$	$G_{i(n-1)}$	$V_{f(n-1)}$	$G_{f(n-1)}$	$D_{(n-1)}$	$T_{(n-1)}$	$F_{(n-1)}$	$S_{(n-1)}$
n	V_{in}	G_{in}	V_{fn}	G_{fn}	D_n	T_n	F_n	S_n

A partir de los casos atómicos expuestos por el mapa de consumo, la optimización del consumo de combustible se realiza utilizando la programación dinámica.

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO AL PROBLEMA

Para poder aplicar el método de la programación dinámica en la optimización de la marcha de un vehículo se requiere generar los casos atómicos o el conjunto de transiciones entre los estados del sistema. Las condiciones de operación del vehículo que se consideran para el mapa de consumos se establecen mediante 61 valores de velocidad inicial comprendidos entre 0 km/h y 120 km/h, 61 valores de velocidad final comprendidos entre 0 km/h y 120 km/h, 5 marchas, y 21 valores de pendiente comprendidos entre -10% y 10%. Utilizando el algoritmo implementado en Matlab para modelar el consumo de combustible de un vehículo, se obtienen los datos correspondientes a distancia recorrida, tiempo de duración de la transición y la masa de combustible utilizada en cada una de las transiciones de velocidad. Con los datos calculados, se crea la matriz del mapa de consumos. El programa que implementa la optimización por medio de DP se realizó utilizando programación orientada a objetos en Java. Este programa se encarga de obtener el perfil de velocidad óptima y la secuencia de marchas necesaria para minimizar el consumo de combustible del vehículo. Los datos de entrada al programa optimizador son la matriz del mapa de consumos, el perfil de pendientes de la carretera, el perfil de velocidad legal o segura de la carretera y los factores de ponderación α y β deseados para la función de coste. La Fig. (4) describe cada una de las etapas que se han seguido para lograr la implementación de la optimización de la marcha del vehículo.

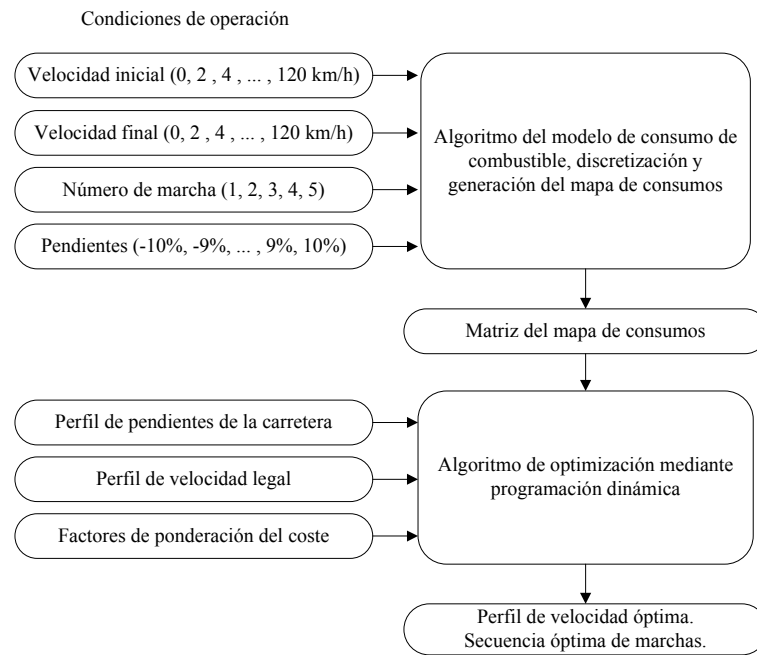


Fig. 4. Etapas del proceso de optimización.

RESULTADOS

La aplicación del algoritmo así desarrollado se ha aplicado a un problema tipo que consta del perfil de pendiente mostrado en la Fig. (5). La matriz del mapa de consumos se ha generado a partir del vehículo con motor tricilindrico de 0.7 litros cuyos parámetros se definen en el toolbox QSS-TB [3]. La matriz del mapa de consumos contiene 25274 casos atómicos. Los factores de ponderación de la función de coste utilizados para estos ejemplos son las parejas ($\alpha = 100$, $\beta = 30$) para el primer caso de estudio y ($\alpha = 100$, $\beta = 60$) para el segundo caso de estudio.

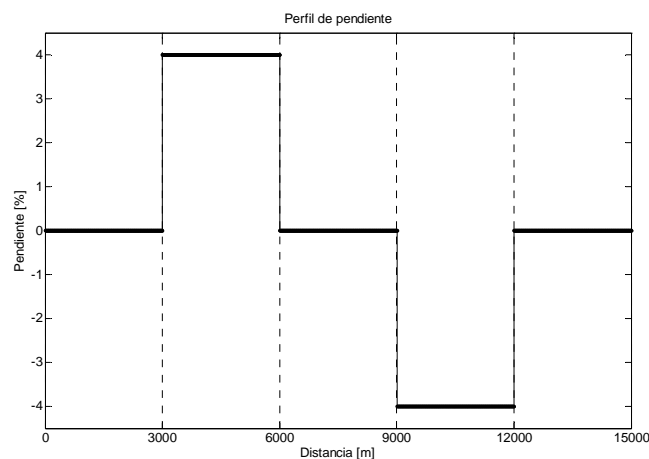


Fig. 5. Perfil ideal de pendiente.

El perfil de velocidades obtenido para cada caso de estudio se muestra en la Fig. (6). El perfil de velocidad que contiene velocidades mayores corresponde al caso de estudio que posee un factor de prisa (β) mayor. Al tener un factor de prisa mayor, la ponderación del tiempo en la función de coste es mayor y la solución buscará obtener un tiempo de recorrido más corto, por ende, el vehículo circularía con una velocidad promedio mayor que en el caso donde el factor de prisa β es 30. Analizando las generalidades de los perfiles de velocidad obtenidos, se puede ver que en la primera parte llana del recorrido la velocidad permanece en un valor constante. Luego, antes

del inicio de la rampa de 4%, la velocidad aumenta. Dicho aumento de velocidad se mantiene hasta que se alcanza el inicio de la rampa. En el inicio de la rampa la velocidad disminuye un poco hasta alcanzar un valor constante. La velocidad se mantiene constante durante la mayor parte de la rampa y sufre un ligero decremento antes de iniciar la segunda región llana del recorrido. En esta parte llana la velocidad se mantiene constante.

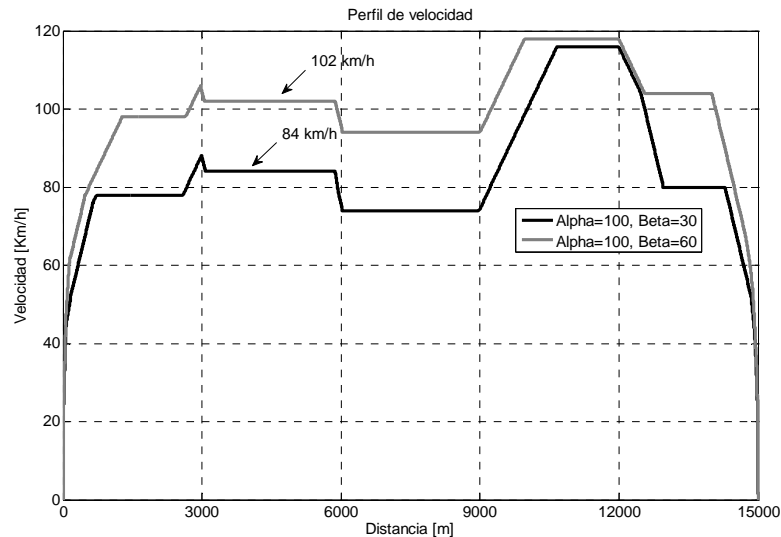


Fig. 6. Perfil de velocidad óptimo.

En cuanto el vehículo entra en la región de la bajada, la velocidad del vehículo se incrementa hasta niveles cercanos a la velocidad máxima del mapa de consumos considerado (120 km/h). Este incremento de velocidad se produce porque al vehículo le cuesta muy poco elevar su velocidad cuando la pendiente de la carretera es negativa. Cuando termina la región de la carretera con pendiente negativa y comienza el siguiente tramo llano, la velocidad empieza a disminuir y se establece en un valor de velocidad cercano a las velocidades de las anteriores regiones llanas. Al acercarse al final del recorrido, el vehículo va disminuyendo la velocidad hasta que se detiene. El vehículo realiza la mayor parte del recorrido en quinta marcha. Las demás marchas sólo se utilizan durante la aceleración inicial del recorrido y en la etapa de finalización del mismo. Las Fig. (7) y (8) ilustran los puntos de operación del motor para los dos casos de estudio que se están considerando.

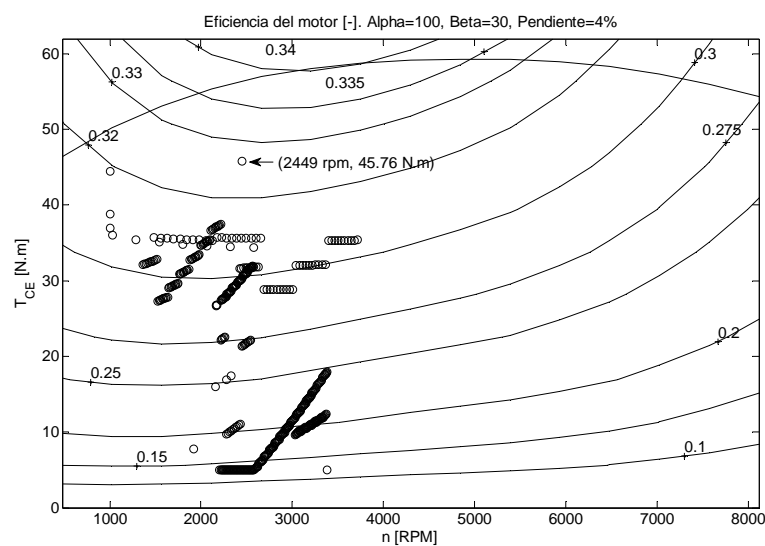


Fig. 7. Puntos de eficiencia del motor ($\alpha=100, \beta=30$).

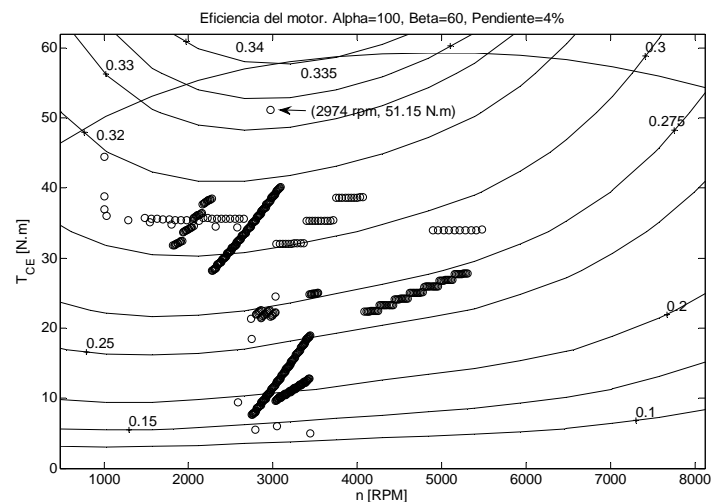


Fig. 8. Puntos de eficiencia del motor ($\alpha=100$, $\beta=60$).

En la Fig. (7), se ha señalado el punto de operación del motor durante la rampa. Dicho punto de operación ronda un valor de eficiencia del 32%. También se nota que el motor no ha operado en regiones de régimen elevado. El mayor valor de régimen se ubica alrededor de las 3716 rpm.

En la Fig. (8) se puede ver que el punto de operación del motor en la rampa se ha desplazado hacia la derecha y hacia arriba debido a la mayor velocidad con la que el vehículo se desplaza en la rampa. El punto de operación alcanzado en la rampa tiene una eficiencia mejor que en el caso de estudio donde el factor de prisa β es 30.

Realizando una comparación entre las Fig. (7) y (8), se puede notar que los puntos de operación del motor se han desplazado un poco hacia la derecha y más hacia arriba debido a una mayor velocidad del vehículo y resultando en un mayor par por causa del aumento de las fuerzas resistivas. También se puede notar que en el diagrama de eficiencia de la Fig. (8) aparecen unos puntos de operación del motor donde se obtienen unos valores de régimen elevados aproximándose a las 5400 rpm. Estos niveles de régimen corresponden a la necesidad de incrementar rápidamente la velocidad por causa de una mayor ponderación del tiempo en la función de coste. La Fig. (9) muestra el consumo instantáneo de los dos casos de estudio.

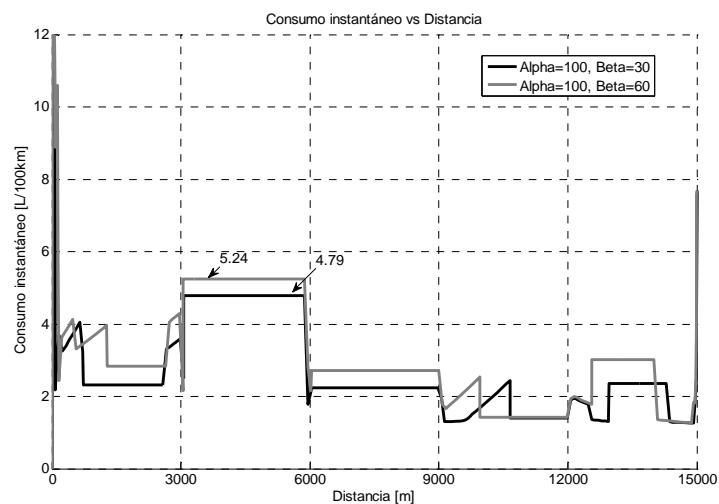


Fig. 9. Consumo instantáneo de combustible.

El consumo de combustible del perfil de velocidad con $\beta = 60$ tiene mayor consumo en las etapas llanas del recorrido ya que la velocidad en éstas es superior que en caso de $\beta = 30$. También se nota que, en la bajada, el consumo de combustible es similar en los dos casos de estudio. Esto nos indica que en las zonas de bajada,

circular a velocidades altas tiene menor incidencia en el consumo que en las partes llanas. La Tabla (2) indica los consumos de combustible y tiempo obtenidos en cada uno de los casos de estudio.

Tabla 2. Masa de combustible y duración de recorrido.

Caso de estudio	Combustible [g]	Tiempo (s)
$\alpha = 100, \beta = 30$	297	673
$\alpha = 100, \beta = 60$	344	564

Comparando los tiempos de recorrido de ambos perfiles y sus correspondientes consumos de combustible, se calcula que para lograr una disminución del 19.4% en el tiempo de recorrido se gasta un 14.6% más de combustible.

Algunas veces el perfil de velocidad óptima es una solución que no representa una condición real de conducción. En la Fig. (10) se muestra la velocidad óptima si se utiliza la pareja de factores ($\alpha = 100, \beta = 30$) y se incrementa el perfil de pendientes de la Fig. (5) a un valor de 6%.

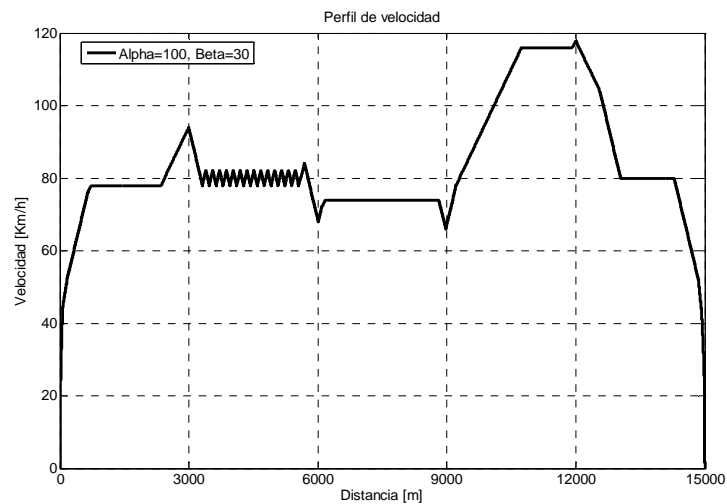


Fig. 10. Perfil de velocidad óptima (Rampa de 6%).

La Fig. (11) muestra los puntos de operación del motor correspondientes al perfil de velocidad resultante.

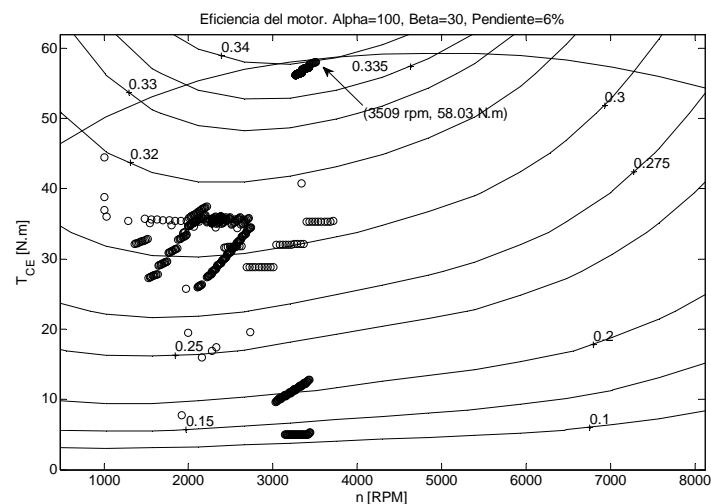


Fig. 11. Puntos de eficiencia del motor (Rampa de 6%).

El vehículo sube la rampa de 6% en cuarta marcha y describe oscilaciones en la velocidad. Dichas oscilaciones se deben a que el algoritmo ha descubierto el punto de máximo rendimiento del motor. Esta circunstancia se produce cuando el motor se mueve hacia los puntos de mayor eficiencia mientras el vehículo se encuentra acelerando. Este desplazamiento del punto de operación continúa hasta que se alcanza la curva de par máximo del motor. Esta limitante hace que el vehículo cambie a quinta marcha y disminuya ligeramente su velocidad. En cuanto el vehículo se aleja de la curva de par máximo, cambia de nuevo a cuarta marcha para iniciar de nuevo el ciclo de aceleración y mantenerse sobre el punto de eficiencia máxima del motor.

Sobre las prestaciones del algoritmo de optimización DP, en un ordenador PC de 2 GHz, se puede decir que el tiempo de ejecución tiene una media de 15 minutos para lograr obtener un perfil óptimo de 15 kilómetros de recorrido. También se puede comprobar que algunas soluciones óptimas son impracticables para un conductor humano y quizás también para un control automático, ya que este trabajo se ha centrado en calcular el resultado óptimo y no en criterios de tiempo de ejecución o de implementación física.

FUTUROS TRABAJOS

Las líneas futuras de trabajo resultan de refinar la aplicación del algoritmo lo que se concreta en los siguientes aspectos:

1. Generación del mapa de consumos experimentalmente.
2. Lograr un sistema completo de control del vehículo.

El primer objetivo se tiene que desarrollar a través de la adquisición de datos experimentales de cada vehículo, lo que supone resolver un problema de instrumentación para acceder a las medidas de consumo y cinemáticas del vehículo y el análisis automático de esa información para generar el mapa de consumos.

Para el segundo objetivo se necesitará dotar al vehículo de un mapa electrónico con la información de los perfiles de pendientes de la carretera, una interfaz para definir rutas, un método de actuación sobre el cambio de marcha y la consigna de velocidad de cruce; y, por otra parte, realizar la simplificación de las estrategias de optimización del consumo de combustible para crear un sistema embarcado cuya implementación física sea viable.

REFERENCIAS

- [1] P. Howlett, P. Pudney, X. Vu, *Freightmiser: An energy-efficient application of the train control problem*, Centre for Industrial and Applied Mathematics, University of South Australia. Sydney, Australia.
- [2] P. Howlett, P. Pudney, X. Vu, *Calculation of optimal driving strategies for freight trains*, Centre for Industrial and Applied Mathematics, University of South Australia. Sydney, Australia.
- [3] L. Fang, S. Qin, *Optimal control of parallel hybrid electric vehicles based on theory of switched system*, Asian Journal of Control, Vol. 8, No. 3, 9 (2006), 274-280.
- [4] L. Guzzella, A. Amstutz, *CAE Tools for Quasi-Static Modeling and Optimization of Hybrid Powertrains*, IEEE transactions on vehicular technology, Vol. 48, no. 6, 11 (1999), 1762-1769.
- [5] G. Rizzoni, L. Guzzella, B. M. Baumann, *Unified Modeling of Hybrid Electric Vehicle Drivetrains*, IEEE/ASME Transactions on mechatronics, Vol. 4, No. 3, 9 (1999), 246 -257.
- [6] P. Kock, H. J. Welfers, B. Passenberg, S. Gnatzig, O. Stursberg, A. W. Ordys, *Saving Energy through Predictive Control of Longitudinal Dynamics of Heavy Trucks*, Proyecto conjunto, MAN – Kingston University – Technical University of Munich, (2009).
- [7] A. Jiménez, *Introducción al control óptimo*, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid., (1991).
- [8] S. Domínguez, *Apuntes de Regulación Electrónica II*, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid., (2009).
- [9] QSS-Toolbox. <http://www.idsc.ethz.ch/Downloads/qss/qss.zip>, Institute for Dynamic Systems and Control, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Suiza, (consultada en Julio 12 de 2010).